



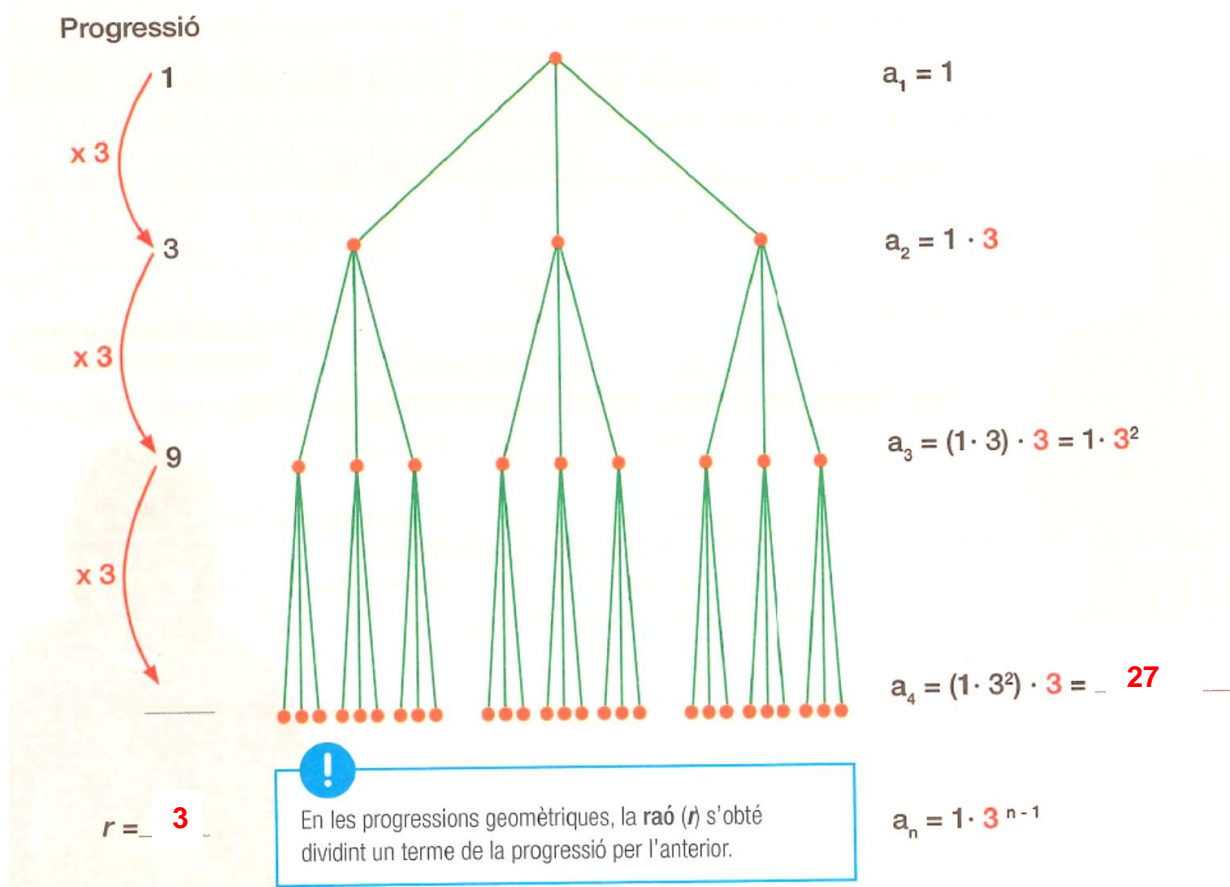
3a Avaluació Data: dilluns 23 de març de 2020 – **CORRECCIÓ dimecres 25**

NOM ALUMNE/A: **CORRECCIÓ**

SUCCESSIONS GEOMÈTRIQUES

Una progressió geomètrica és una successió en què cada terme s'obté **multiplicant** l'anterior per un nombre fix anomenat **raó (r)**.

El terme general d'una progressió geomètrica és: $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$



1. Troba r i a_n en aquestes progressions geomètriques:

- a. 2, 10, 50, 250... $r=10/2=5$ i $a_1=2 \Rightarrow a_n=a_1 \cdot r^{(n-1)}=2 \cdot 5^{(n-1)}$
- b. 8, 4, 2, 1, 0'5, 0'25... $r=4/8=1/2=0'5$ i $a_1=8 \Rightarrow a_n=a_1 \cdot r^{(n-1)}=8 \cdot (0'5)^{(n-1)}$
- c. -3, 6, -12, 24... $r=6/-3=-2$ i $a_1=-3 \Rightarrow a_n=a_1 \cdot r^{(n-1)}=(-3) \cdot (-2)^{(n-1)}$

2. Identifica quines de les successions següents són progressions geomètriques i calcula'n el terme general:

- a. 19,17,15,13.... **No és una progressió geomètrica, és aritmètica ja que per passar d'un terme al següent s'ha de sumar 2 en lloc de multiplicar per una raó.**
- b. 4,8,16,32.... $r=8/4=2$ i $a_1=4 \Rightarrow a_n=a_1 \cdot r^{(n-1)}=4 \cdot 2^{(n-1)}$

Per **sumar n termes d'una progressió geomètrica** apliquem la fórmula següent:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

**3. Calcula la suma dels 60 primers termes de la progressió geomètrica:
4,8,16,32,64....**

La raó és $r=8/4=2$ i el primer terme $a_1 = 4$

el terme general $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)} = 4 \cdot 2^{(n-1)}$

En particular, el 60è terme ($n=60$) $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)} = 4 \cdot 2^{(60-1)} = 2,30 \cdot 10^{18}$

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} \Rightarrow S_{60} = \frac{a_{60} \cdot 2 - a_1}{2 - 1} = \frac{2,30 \cdot 10^{18} \cdot 2 - 4}{1} = 4,61 \cdot 10^{18}$$

4. Si un bacteri triga un segon a dividir-se en dos bacteris iguals, respon:

- a. El nombre total de bacteris, cada segon que passa, forma una progressió geomètrica? En cas afirmatiu, quina és la raó?

Sí, forma una progressió geomètrica de raó 2.

- b. Si es comença amb un bacteri, quants n'hi haurà al cap d'un minut? I al cap de 15 minuts?

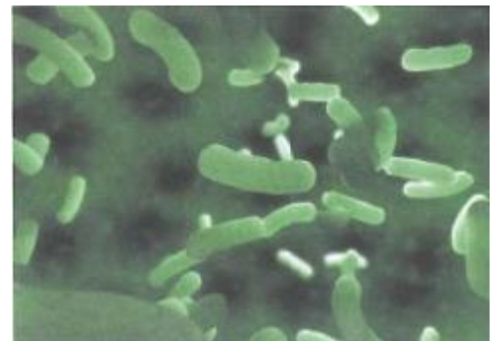
$$r=2 \quad a_1 = 1 \quad a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)} \Rightarrow a_n = 1 \cdot 2^{(n-1)}$$

$$1 \text{ min}=60 \text{ s} \quad \text{Si } n=60 \Rightarrow a_{60} = 1 \cdot 2^{(60-1)} = 2^{59} = 5,76 \cdot 10^{17}$$

$$15 \text{ min}=900 \text{ s} \quad \text{Si } n=900 \Rightarrow a_{900} = 1 \cdot 2^{(900-1)} = 2^{899}$$

- c. Si un antibiòtic actua alentint el ritme de reproducció dels bacteris a 3 minuts, quants n'hi haurà al cap d'un quart d'hora?

Passa d'un segon a tres minuts, és a dir, 180 segons. Com que en 15 minuts = 900 segons, hi ha 5 vegades 180 segons, s'hauran reproduït 5 vegades, és a dir, 1, 2, 4, 8, 16, 32. Hi haurà 32 bacteris.



EL REpte: El sisè terme d'una progressió geomètrica és -96 i la raó és $r=-2$. Troba el primer terme i la suma d'aquests sis termes.

El terme general d'una progressió geomètrica és $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$

$$a_6 = -96$$

$$r = -2$$

$$a_1 = ?$$

$$S_6 = ?$$

A partir del terme general d'una progressió geomètrica $a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$

$$\text{En el cas } n=6, \text{ es té } a_6 = a_1 \cdot r^{(6-1)} = a_1 \cdot (-2)^5 = a_1 \cdot (-32) = -32a_1$$

Per altra banda, se sap que $a_6 = -96$

$$\text{Ajuntant les dues condicions, es té } a_6 = -32a_1 = -96$$

$$\text{D'on es pot trobar el primer terme } a_1 = \frac{-96}{-32} = 3$$

Per tant, $a_1 = 3$

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} \Rightarrow \text{si } n = 6, \text{ aleshores } S_6 = \frac{a_6 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{(-96) \cdot (-2) - 3}{-2 - 1} = \frac{189}{-3} = -63$$