



3a Avaluació Data: dimecres 18 de març de 2020 - **CORRECCIÓ**

NOM ALUMNE/A:

SUCCESSIONS ARITMÈTIQUES

Per calcular la suma de n termes d'una progressió aritmètica hem d'aplicar aquesta fórmula:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

Ex: Tenim la successió aritmètica: 2,5,8,11,14,17... i volem calcular la suma dels sis primers termes que anomenarem S_6 (ja que $n=6$).

Aplicant la fórmula general, s'obté $S_6 = \frac{(a_1+a_6) \cdot 6}{2} = \frac{(2+17) \cdot 6}{2} = \frac{114}{2} = 57$

1. Calcula la suma dels 20 primers termes de les progressions aritmètiques:

a. 4, 8, 12, 16, 20, 24... $a_1=4$ i $d=4 \Rightarrow$ Com $a_n=a_1 + (n-1) \cdot d$

$$\Rightarrow a_{20} = 4 + (20-1) \cdot 4 = 80. \text{ Per tant, } S_{20} = \frac{(a_1+a_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(4+80) \cdot 20}{2} = 840$$

b. 1, 3, 5, 7, 9... $a_1=1$ i $d=2 \Rightarrow$ Com $a_n=a_1 + (n-1) \cdot d$

$$\Rightarrow a_{20} = 1 + (20-1) \cdot 2 = 39. \text{ Per tant, } S_{20} = \frac{(a_1+a_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(1+39) \cdot 20}{2} = 400$$

c. -5, -4, -3, -2, -1... $a_1=-5$ i $d=1 \Rightarrow$ Com $a_n=a_1 + (n-1) \cdot d$

$$\Rightarrow a_{20} = -5 + (20-1) \cdot 1 = 14 \quad \text{Per tant, } S_{20} = \frac{(a_1+a_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(-5+14) \cdot 20}{2} = 90$$

2. Aquestes vacances, la Marta es vol posar en forma caminant. El primer dia fa 3 km i cada jornada recorre mig quilòmetre més.

a. Quants quilòmetres farà el dotze dia?

$a_1=3$ i $d=0,5 \Rightarrow$ Com $a_n=a_1 + (n-1) \cdot d \Rightarrow a_{12}=3+(12-1) \cdot 0,5=8,5$ km

b. Quants quilòmetres recorrerà en total aquests 12 dies?

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2} = \frac{(3 + 8,5) \cdot 12}{2} = 69 \text{ km}$$

3. L'amfiteatre romà de Tarragona té unes 30 files en total. La historiadora responsable de les instal·lacions ha calculat que a la primera fila hi devien caber aproximadament 330 espectadors; a la segona, 340; a la tercera, 350... i a l'última, 620 persones.



a. Quanta gent cabia en total a l'amfiteatre?

$$a_1=330 \quad d=10 \quad n=30 \quad a_{30}=620$$

$$S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2} = \frac{(330 + 620) \cdot 30}{2} = 14.250 \text{ espectadors}$$

b. Si s'estima que l'aforament de les grades representava un 50 % de la població total, quanta gent habitava la Tàrraco romana, aproximadament?

Si 50% equivalen a 14.250 persones, aleshores el 100% de la població seran el doble de 14.250, és a dir, 28.500 persones.

4. Els avis de la Maria decideixen començar a donar-li una setmanada, però volen fer-ho d'una manera particular: la primera setmana de l'any li pagaran 2€, la segona setmana 4€, la tercera 6€.. i així al llarg de les setmanes.

a. La Maria vol saber quants diners rebrà per part dels seus avis la última setmana de l'any. Després de fer els càlculs pertinents li surt que guanyarà 84€. Creus que la Maria ha fet bé els comptes?

$$a_1=2 \quad d=2 \quad n=52 \quad a_{52} = 84 \text{ €?}$$

$$\text{Com } a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \Rightarrow a_{52} = 2 + (52-1) \cdot 2 = 104 \text{ €}$$

R\ La Maria no ha fet bé els comptes, en lloc de 84€ en guanyarà 104€

b. La Maria estalvia tots els diners que rep dels seus avis i creu que al cap d'un any arribarà a tenir 500€. Penses que té raó?

$$S_{52} = \frac{(a_1 + a_{52}) \cdot 52}{2} = \frac{(2 + 104) \cdot 52}{2} = 2.756 \text{ €}$$

Resposta: La Maria no té raó, si estalvia tots els diners, arribarà a tenir 2.756€ en lloc dels 500€.

**EL REPTE: El segon terme d'una progressió aritmètica és 30 i el novè és 44.
Troba la suma dels catorze primers termes.**

$$a_1 = ?$$

$$a_2 = a_1 + d = 30$$

$$\text{Com } a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \Rightarrow a_9 = a_1 + (9-1) \cdot d = a_1 + 8 \cdot d = 44$$

Plantejant un sistema d'equacions:

$$a_1 + d = 30$$

$$a_1 + 8d = 44$$

aïllant la incògnita a_1 de la primera equació, s'obté $a_1 = 30 - d$

aquesta relació es posa a la segona equació, substituint a_1 per $30 - d$, es té que la segona equació és $(30 - d) + 8d = 44$

$$30 + 7d = 44$$

$$7d = 44 - 30$$

$$7d = 14$$

$$d = 2$$

$$\text{Si } d = 2, \text{ aleshores } a_1 = 30 - d = 30 - 2 = 28$$

$$\text{Per tant, } a_{14} = a_1 + (14-1) \cdot d = 28 + 13 \cdot 2 = 54$$

$$S_{14} = \frac{(a_1 + a_{14}) \cdot 14}{2} = \frac{(28 + 54) \cdot 14}{2} = 574$$

R\ La suma dels catorze primers termes d'aquesta successió és 574.