



Matemàtiques

Dossier de treball

Aquest estiu pots repassar els temes treballats a classe durant el curs amb aquest dossier d'exercicis i problemes.

Els conceptes a repassar són:

1. Nombres reals.
2. Potenciació i radicació.
3. Successions i progressions.
4. Polinomis.
5. Equacions de 1r i 2n grau.
6. Sistemes d'equacions.
7. Geometria plana i cossos geomètriques. Càlcul d'àrees i volums.

Exercicis de nombres racionals

Fes les següents operacions, simplificant sempre que sigui possible:

$$1. \quad a) \frac{2}{3} - \frac{1}{9} \left(\frac{4}{5} - \frac{7}{15} \right) = \quad b) \frac{\frac{-2}{7} \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{7} \left(-\frac{2}{3} \right)}{\frac{4}{3} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{4} \right)} = \quad S: \frac{17}{27}, \frac{-69}{140}$$

$$2. \quad a) \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{3 - \frac{1}{2}}} = \quad b) 7 - 2 \frac{1}{4 - 3 \frac{1}{2}} = \quad S: \frac{5}{12}, \frac{31}{5}$$

$$3. \quad a) (-2)^3 = \quad b) (-2)^{-3} = \quad b) -3^2 = \quad c) (-3)^2 = \quad S: -8, -9, 9$$

$$4. \quad (-3)^2(-2) - (-1)^5 + (-2)(-3)^3 = \quad S: 37$$

$$5. \quad a) \frac{(a^2 \cdot a^3)^4}{(a^2)^3 \cdot a} = \quad b) \left[\frac{(a^2 \cdot a^{-3})^4}{a^2} \right]^5 = \quad c) \frac{(a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}})^4}{(a^2)^{\frac{1}{3}}} = \quad S: a^{13}, \frac{1}{a^{10}}, \sqrt[3]{a^{26}}$$

$$6. \quad \frac{5^2 \cdot 2^3 \cdot (5^3)^{-1} \cdot \frac{1}{5}}{(2^{-3} \cdot 5^3)^4} = \quad S: \frac{2^{15}}{5^{14}}$$

$$7. \quad (0,2 + 0,4 - 0,8\bar{3}) \cdot \left(\frac{6}{7} \right)^2 + \frac{1}{7} = \quad S: -\frac{1}{35}$$

Exercicis de radicals quadràtics

1. Efectua les següents operacions, tot deixant el resultat el més simplificat possible.

1) $3\sqrt{8} - 2\sqrt{18} + 4\sqrt{50} =$

2) $\sqrt{1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}} + 5^{-1} - 0,9 =$

3) $\sqrt{75} - \sqrt{147} + \sqrt{675} - \sqrt{12} =$

4) $2\sqrt{45} - \frac{3}{4}\sqrt{125} - \frac{1}{2}\sqrt{180} =$

5) $\frac{1}{7}\sqrt{147} - \frac{1}{5}\sqrt{700} + \frac{1}{10}\sqrt{28} + \frac{1}{3}\sqrt{2187} =$

6) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} =$

7) $5 \cdot \sqrt{21} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} =$

8) $\sqrt{2a} \cdot \sqrt{6ab} \cdot \sqrt{2a} =$

9) $\frac{\sqrt{14x^3y^5}}{\sqrt{7xy^4}} \cdot \frac{\sqrt{3xy}}{\sqrt{6x^2y}} =$

10) $\sqrt{15a^{-1}b^3} \cdot \sqrt{6ab^{-1}} \cdot \sqrt{2ab} =$

11) $\sqrt{75x^2y^3} \div (5 \cdot \sqrt{3xy}) =$

12) $\left(4 \cdot \sqrt{\frac{1}{4}y} - \frac{1}{2}\sqrt{xy}\right) \cdot \sqrt{x} =$

13) $(\sqrt{5})^3 \cdot (\sqrt{6})^4 + \sqrt{45} - \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^{-1} =$

14) $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{5}}{5^2 \cdot \sqrt{25}} =$

15) $\sqrt{175} + \sqrt{243} - \sqrt{63} - 2\sqrt{75} =$

16) $2\sqrt{27} + \left(5\sqrt{\frac{25}{3}}\right)^{-1} - (\sqrt{3^3})^3 =$

17) $\frac{(3\sqrt{a^3b^5})^3}{0,3^{-1}a^2b^4} =$

18) $\frac{\sqrt{18xy^{-3}}}{6\sqrt{x^{-3}y}} =$

Solucions: 1) $20\sqrt{2}$, 2) 0, 3) $11\sqrt{3}$, 4) $-\frac{3}{4}\sqrt{5}$, 5) $10\sqrt{3} - \frac{9}{5}\sqrt{7}$, 6) $3\sqrt{2}$, 7) $30\sqrt{7}$,

8) $2a\sqrt{6ab}$, 9) \sqrt{xy} , 10) $6b\sqrt{5ab}$, 11) $y\sqrt{x}$, 12) $2\sqrt{xy} - \frac{x\sqrt{y}}{2}$, 13) $182\sqrt{5}$,

14) $\frac{\sqrt{5}}{5}$, 15) $2\sqrt{7} - \sqrt{3}$, 16) $-74\sqrt{3}$, 17) $9a^2b^3\sqrt{ab}$, 18) $\frac{x^2\sqrt{2}}{2y^2}$

2. Racionalitza les següents fraccions:

$$1) \frac{3}{\sqrt{3}} = \quad \text{S: } \sqrt{3}$$

$$2) \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \quad \text{S: } \sqrt{3}+1$$

$$3) \frac{\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \quad \text{S: } 5-2\sqrt{5}$$

$$4) \frac{3}{\sqrt{6}} = \quad \text{S: } \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$5) \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \quad \text{S: } 7+4\sqrt{3}$$

$$6) \frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \quad \text{S: } 4\sqrt{3}+4\sqrt{2}$$

$$7) \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}-2} = \quad \text{S: } \frac{14+4\sqrt{7}}{3}$$

$$8) \frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{7}} = \quad \text{S: } \frac{2\sqrt{5}+\sqrt{7}}{13}$$

$$9) \frac{5\sqrt{ax}}{\sqrt{a}} = \quad \text{S: } 5\sqrt{x}$$

$$10) \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \quad \text{S: } \frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{a-b}$$

$$11) \sqrt{\frac{2}{3x}} = \quad \text{S: } \frac{\sqrt{6x}}{3x}$$

$$12) \sqrt{\frac{4a^2}{27b^3}} = \quad \text{S: } \frac{2a\sqrt{3b}}{9b^2}$$

Exercicis de successions i progressions

- Per comprovar la resistència del motor d'un 4x4 es fan 10 voltes a un circuit, de manera que cada volta es fa en un temps 25 s inferior al de la volta anterior. La primera es fa en 635 segons.
 - Quant tardarà el 4x4 a fer la cinquena volta? I la desena?
 - Els temps que tarda el 4x4 a fer les voltes constitueixen els termes d'una successió. Indica quin és el terme general d'aquesta successió de forma recurrent, on n és el número de cada volta.
- Escriu el terme general de les progressions aritmètiques que permeten caracteritzar aquestes situacions:
 - S'omple una piscina de manera que al cap d'una hora hi ha 5200 litres d'aigua. A partir d'aquest moment, cada hora s'aboquen 300 litres més. Quants litres hi ha a la piscina al cap de n hores?
 - Un empresari fa cada dia una transferència de 500 € a un dels seus proveïdors, per tal que aquest li envii el material necessari per al seu negoci. L'empresari té actualment 25.000 € al seu compte bancari. Quants diners hi tindrà al cap de n dies?

- c. En Xavier té un dipòsit bancari de 10.000 € i cada any rep un 5% d'aquesta quantitat inicial en concepte d'interessos. Quants diners tindrà en Xavier al cap de n anys?
3. Uns excursionistes fan el camí de Santiago. El primer dia el grup recorre 35 km, però a causa del cansament acumulat, cada dia que passa el grup fa 0,95 vegades la distància del dia anterior.
- Quants quilòmetres hauran fet després de caminar durant 10 dies?
 - El camí de Santiago fa 730 km. El grup podrà fer tot el recorregut en 30 dies? En cas negatiu, a quants quilòmetres de Santiago de Compostela es quedaran?

Exercicis de polinomis

1. Suma els següents polinomis:

a) $P(x) = 2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - x + 3$ $Q(x) = -x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 2x - 1$
 S: $x^4 - x^3 + x^2 - 3x + 2$

b) $P(x) = -3x^5 + 2x^4 - x^3 + 6x^2 - 7$ $Q(x) = 2x^4 - 2x^3 + 5x^2 + x$
 S: $-3x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 11x^2 + x - 7$

c) $A(x) = 4 - 8x + 5x^2 - x^3$ $B(x) = 5 + 6x - 5x^2$
 S: $-x^3 - 2x + 9$

2. Multiplica els següents polinomis:

a) $P(x) = 7x^2 - 3x + 5$ $Q(x) = 2x - 3$
 S: $14x^3 - 27x^2 + 19x - 15$

b) $P(x) = 4x^2 - 3x + 2$ $Q(x) = x^2 + 2x - 5$
 S: $4x^4 + 5x^3 - 24x^2 + 19x - 10$

3. Fes les següents divisions:

a) $(2x^4 + 5x^3 - x^2 + 4x + 4) \div (x^2 + 2x - 3)$
 S: $Q(x) = 2x^2 + x + 3$ $R(x) = x + 13$

b) $(2x^5 - x^3 + 3x^2 + x - 1) \div (x^3 - x^2 - 1)$
 S: $Q(x) = 2x^2 + 2x + 1$ $R(x) = 6x^2 + 3x$

$$c) (x^3 - x^2 + 7) \div (2x - 1)$$

$$S: Q(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} \quad R = \frac{55}{8}$$

4. Fes les següents divisions indicant el quocient i el residu de forma clara. Si en algun cas pots aplicar la regla de Ruffini aplica-la:

a) $\frac{3x^3 + 4x^2 + 5x - 1}{x + 2}$	b) $\frac{3x^3 + 4x^2 + 5x - 1}{x^2 + 2}$
c) $\frac{4x^2 - 6x - 4}{2x + 1}$	d) $\frac{x^4 - 2x - 15}{x^2 - 5}$
e) $\frac{-2x^3 + 8x^2 + 3x + 5}{x^2 + x + 2}$	f) $\frac{x^4 - 2x^3 + 8x^2 + 3x + 5}{x^2 + x + 2}$

- Solucions:
- | | |
|------------------------------|-------------------|
| a) quocient: $3x^2 - 2x + 9$ | residu: - 19 |
| b) quocient: $3x + 4$ | residu: - x - 9 |
| c) quocient: $2x - 4$ | residu: 0 |
| d) quocient: $x^2 + 5$ | residu: $2x - 10$ |
| e) quocient: $-2x + 10$ | residu: $3x - 15$ |
| f) quocient: $x^2 - 3x + 9$ | residu: - 13 |

5. Donats els polinomis: $A(x) = 2x - 3$; $B(x) = 3x^3 - 4x$ i $C(x) = x^2 + 2x - 1$, calculeu el resultat de $\frac{A^2 - B}{C}$

$$S: \text{quocient: } 3x - 10 \quad \text{residu: } - 31x + 19$$

6. Utilitzant el teorema del residu, sense fer la divisió, digues si els següents polinomis són divisibles per $(x + 1)$:

a) $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$

b) $Q(x) = x^4 - 2x^3 + x + 5$

S: cap dels dos són divisibles.

Comprova els resultats obtinguts fent les divisions mitjançant la regla de Ruffini.

7. Calcula m perquè:

a) el polinomi $x^3 - 7x^2 + 2x - m$ sigui divisible per $(x - 1)$

S: $m = - 4$

b) el residu de la divisió $(x^4 - 3mx^3 + 2x - m) \div (x - 2)$ sigui -5

S: $m = 1$

8. Trobeu els valors de a i b perquè el polinomi $P(x) = a x^4 - 4 x^3 + b x^2 + 3$ sigui divisible per $(x + 1)$, i en dividir-ho per $(x - 2)$ el residu sigui 11.

$$S: a = \frac{17}{3}, \quad b = -\frac{38}{3}$$

Exercicis d'equacions i sistemes d'equacions

1. Resol les equacions:

$$a) \frac{x-3}{4} - \frac{5+2x}{3} = \frac{1}{6} - \frac{x-5}{12} \quad S: x = -9$$

$$b) \frac{2(x-2)}{2} - 3\left(x - \frac{1}{4}\right) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right) \quad S: x = 5/52$$

$$c) \frac{5(x-2)}{3} - \frac{7(x-3)}{2} = 5 + \frac{x-1}{2} - (x+4) \quad S: x = 5$$

$$d) 24x^2 - 7x = 3x\left(5x - \frac{x}{2}\right) \quad S: x_1 = 0, \quad x_2 = 2/3$$

$$e) (x+6)(x-6) - 8 = 1 - 4x \quad S: x_1 = 5, \quad x_2 = -9$$

$$f) \frac{(x-1)(x+1)}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{2}{3}(x+1) \quad S: x_1 = 2, \quad x_2 = -1/3$$

2. Resol els sistemes:

$$a) \begin{cases} \frac{x+y}{4} + \frac{x-y}{2} = 3 \\ \frac{12x-7y}{13} = 3 \end{cases} \quad S: x = 5, \quad y = 3$$

$$b) \begin{cases} \frac{3-2y}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1-2x}{6} \\ \frac{25}{8} - 1 = \frac{x+3}{2} - \frac{3(1+y)}{8} \end{cases} \quad S: x = 5, \quad y = 4$$

$$c) \begin{cases} x(x-y) + 2x - 8 = 2(x+30) \\ \frac{3x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{4x+2}{3} - \frac{y}{6} \end{cases} \quad S: x = 17, \quad y = 13$$

$$d) \begin{cases} \frac{2x+y}{3} - \frac{x+1}{2} = \frac{3y-2}{4} - \frac{2(x-y)}{3} + 3 \\ \frac{x-1}{5} + \frac{2(x-y)}{3} = -\frac{2(3x-y)}{5} \end{cases} \quad S: x = 1, y = -2$$

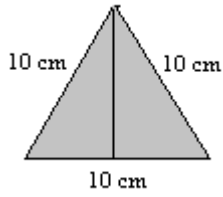
Problemes d'equacions i sistemes d'equacions

1. En un test de 100 qüestions de cultura general, per cada qüestió ben contestada es donen 7 punts, i per cada qüestió no contestada o incorrecta ens en treuen 10. Una persona hi va aconseguir un total de 88 punts. ¿Quantes qüestions va contestar correctament?
S: 64 qüestions
2. La suma de la meitat i la setena part d'un número és deu unitats inferior al número. De quin número es tracta?
S: 28
3. La suma dels quadrats de dos números consecutius és 545. Quins són? Hi ha més d'una solució?
S: 16 i 17 o -16 i -17
4. Quines dimensions ha de tenir un rectangle per a que el perímetre sigui 34 m i la superfície 72 m²?
S: 9 m i 8 m
5. La diferència entre les superfícies de dos quadrats és de 39 cm², i la diferència dels seus costats, 3 cm. Calcula el costat i l'àrea de cada quadrat.
S: 8 i 5 cm de costat
6. Un pare té actualment 5 vegades l'edat de la seva filla. D'aquí a tres anys l'edat del pare serà 4 vegades la de la filla. Quines són les edats actuals?
S: Pare 45 anys i filla 9
7. Fa 19 anys l'edat d'una persona era el doble de la d'una altra. D'aquí a d'onze anys l'edat de la segona serà 7/9 la de la primera. Quines edats tenen?
S: 31 i 43 anys
8. La suma de dos nombres més 22 és igual al doble del més gran, i la seva diferència menys 1 és igual al doble del menor. Quin són els dos nombres?
S: 65/2 i 21/2
9. L'edat d'en Joan i el triple de l'edat de la Rosa sumen 60 anys. D'aquí a 5 anys, en Joan tindrà el doble d'anys que la Rosa. Calcula les edats actuals de cada un.
S: Joan 27 anys i Rosa 11 anys
10. Calcula dos nombres naturals que la seva suma sigui 28 i la diferència dels seus quadrats sigui 56.
S: 13 i 15
11. Si la suma de les dues xifres d'un nombre és igual a 9, i la diferència entre aquest nombre i el que resulta de d'invertir-ne l'ordre de les xifres és igual a 45, quin és aquest nombre?
S: 72

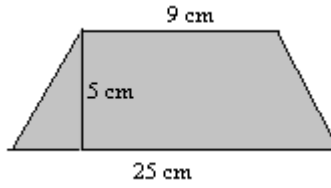
12. Tres segments mesuren, respectivament, 8, 22 i 24 cm. Si afegim als tres una mateixa longitud, el triangle construït amb ells és rectangle. Trobeu l'esmentada longitud.
S: 2 cm
13. A la bossa A i a la bossa B hi ha un total de 80 boles. Si passem 10 boles de la bossa B a la bossa A, el nombre de boles de la bossa A és 3 vegades el nombre de boles de la bossa B. Quantes boles hi ha dins de cada bossa.
S: 50 boles en l'A i 30 en la B
14. En un avió viatgen 192 persones, entre homes i dones. El nombre de dones és $\frac{3}{5}$ del nombre d'homes. Quants homes i quantes dones viatgen a l'avió?
S: 72 dones i 120 homes
15. La suma de dos nombres és igual a 54. La cinquena part del més gran és igual a la quarta part del més petit. Quins són aquests nombres?
S: 30 i 40
16. L'edat d'un pare és el triple de l'edat de la seva filla. Si el pare tingués 30 anys menys i la filla tingués 8 anys més, tots dos tindrien la mateixa edat. Quines són l'edat del pare i l'edat de la filla?
S: pare 57 anys i filla 19
17. En una classe hi ha 45 alumnes, entre nois i noies. Practiquen natació el 32% dels nois i el 60% de les noies. Si el nombre total d'alumnes que practiquen natació és igual a 20, quants nois i quantes noies hi ha a la classe?
S: 25 nois i 20 noies
18. La base d'un rectangle és $\frac{4}{3}$ de l'altura i el seu perímetre és igual a 28cm. Quina és l'àrea del rectangle?
S: 192 cm²
19. Hi ha que enquadrar 5000 llibres. Una impremta enquaderna 450 llibres diaris i una altra 170 llibres diaris. La primera treballa tota sola durant dos dies i mig, i a partir d'aquest moment treballen totes dues alhora fins que acaben d'enquadernar tots els llibres. Quant de temps trigaràn en acabar el treball i quants llibres enquadernarà cada impremta?
S: primera: 8 dies i $\frac{3}{4}$ i 3937 o 3938 llibres, segona: 6 dies i $\frac{1}{4}$ i 1063 o 1062 llibres
20. Un pare per animar el seu fill a estudiar Matemàtiques li diu: "per cada exercici ben fet et donaré 7 € i per cada un mal fet tu em donaràs 5 €". Després de fer 25 exercicis el noi es troba amb 55 €. Quants exercicis estaven ben fets?
S: 15 ben fets
21. En augmentar la longitud d'un camp rectangular en 5 m i l'amplada en 7 m, l'àrea del camp augmenta en 830 m²; mentre que si es disminueix la longitud en 8 m i l'amplada en 4 m, l'àrea del camp disminueix en 700 m². Calculeu les dimensions del camp.
S: 75 m de longitud i 54m d'amplada

Exercicis de geometria

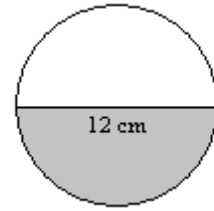
1. Troba l'àrea i el perímetre de les zones ombrejades les següents figures geomètriques:



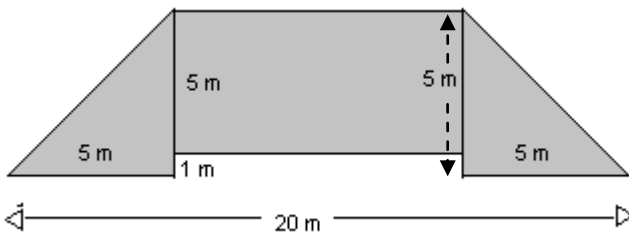
Pm = 30 cm
A = 43,30 cm²



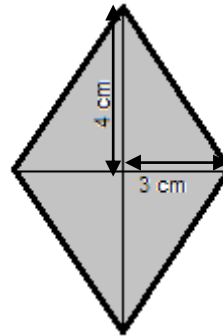
Pm = 52,87 cm
A = 85 cm²



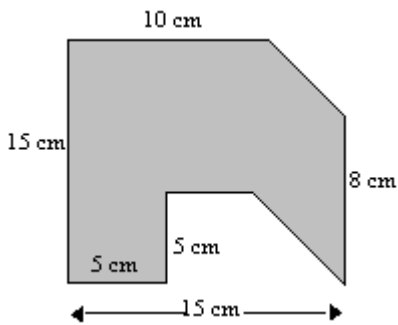
Pm = 30,85 cm
A = 113,10 cm²



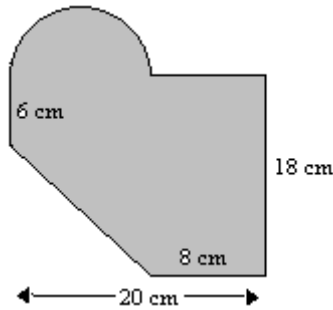
Pm = 46,14 m
A = 75 m²



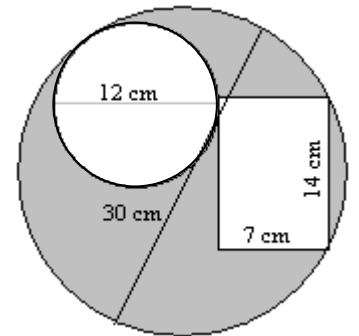
Pm = 20 cm
A = 24 cm²



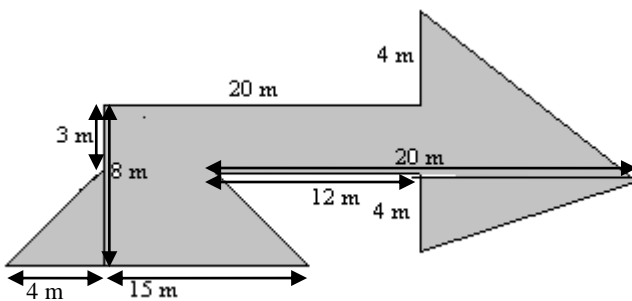
Pm = 63,67 cm
A = 170 cm²



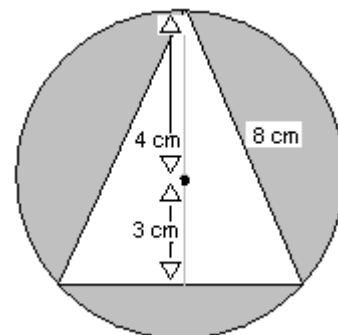
Pm = 75,82 cm
A = 344,55 cm²



Pm = 173,95 cm
A = 495,76 cm²



Pm = 96,57 m
A = 171,5 m²



Pm = 48,87 cm
A = 23,17 cm²

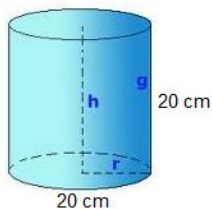
2. Calcula l'àrea lateral, l'àrea total i el volum de les següents figures:



$$A_L = 256 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 484 \text{ cm}^2$$

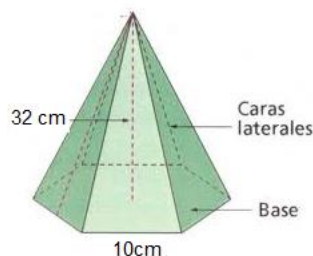
$$V = 512 \text{ cm}^3$$



$$A_L = 1256,34 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 1884,96 \text{ cm}^2$$

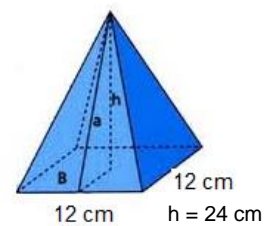
$$V = 6283,19 \text{ cm}^3$$



$$A_L = 994,5 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 1254,3 \text{ cm}^2$$

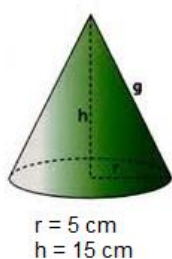
$$V = 2771,2 \text{ cm}^3$$



$$A_L = 593,76 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 737,76 \text{ cm}^2$$

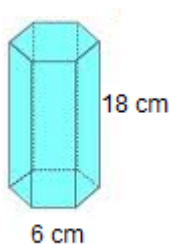
$$V = 1152 \text{ cm}^3$$



$$A_L = 248,34 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 326,88 \text{ cm}^2$$

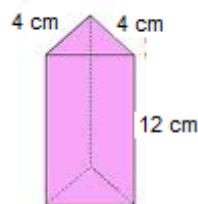
$$V = 392,7 \text{ cm}^3$$



$$A_L = 648 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 835,2 \text{ cm}^2$$

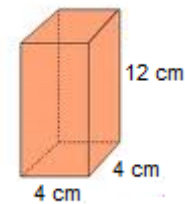
$$V = 1684,8 \text{ cm}^3$$



$$A_L = 163,92 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 179,92 \text{ cm}^2$$

$$V = 96 \text{ cm}^3$$



$$A_L = 192 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 224 \text{ cm}^2$$

$$V = 192 \text{ cm}^3$$

3. Calcula l'àrea i el volum d'una esfera de 16 cm de diàmetre.

$$S: A = 804,25 \text{ cm}^2, V = 2144,66 \text{ cm}^3$$

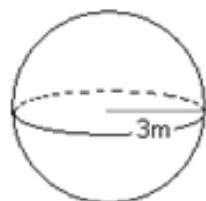
4. Hem de folrar una capsa gegant que fa 5 x 12 x 2,4 m. Quants rotlles de paper necessitarem si cada rotlle conté 6m² de paper?

S: 37 rotlles i en sobra un tros

5. Volem omplir una piscina que fa 12 x 3 x 7 m amb l'aigua d'un dipòsit cúbic de 7 m d'aresta. Calcula quanta aigua faltará o sobrarà per omplir la piscina.

S: sobran 91 m³

6. Troba el volum de gas que hi cap dins d'un dipòsit esfèric de 3 metres de radi i digues quant costarà pintar-ho per fora si el preu de la pintura és de 3 € el metre quadrat.



$$S: V = 113,10 \text{ m}^3 \text{ i } 339,29 \text{ €}$$

